

# Niveles de razonamiento geométrico y de percepción espacial en estudiantes de un programa de Educación Primaria

*Marlene Milusca Flores Cubas\* y Eduardo Elósegui Bandera\*\* (tutor).*

*\*Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo (Chiclayo, Perú) y \*\*Universidad de Málaga (España)*

## Resumen

La investigación tuvo como propósito determinar los niveles de razonamiento geométrico y de percepción espacial en estudiantes que se están formando para profesores de educación primaria en la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo de Chiclayo. Los niveles considerados son los propuestos en el Modelo de Van Hiele y fueron medidos con el Test de Usiskin y con actividades jerarquizadas de percepción espacial, formuladas por Alsina, Burgués y Fortuny (1997). La muestra de estudio la conformaron 79 estudiantes (71.81% de la población). Según el Test de Usiskin, ninguno de los estudiantes alcanzó los niveles 4 (Deducción Formal) ni 5 (Rigor) y, según las actividades de percepción espacial, la mayoría (88.61%) se ubica en el nivel 1 (Visualización); además, existe una diferencia en los niveles alcanzados por varones y mujeres, tanto en el razonamiento geométrico como en la percepción espacial, de 0.45 y 0.11 puntos en la medias, respectivamente.

**Palabras clave:** Pensamiento geométrico, razonamiento geométrico, percepción espacial, razonamiento espacial, razonamiento visual, niveles de Van-Hiele.

## Introducción

La formación matemática de los estudiantes de Educación Primaria y Secundaria es una preocupación mundial, sobre todo por su importancia en cuanto a la aplicación en el contexto real y laboral. Desde el año 2000 organismos internacionales como la OCDE<sup>6</sup> llevan a cabo la evaluación de estudiantes de 15 años en las áreas de Comunicación, Matemáticas y Ciencias, a través de PISA<sup>7</sup>.

A continuación describimos los resultados de la Evaluación realizada respecto al desempeño en matemática realizadas a nivel internacional y nacional, así como un perfil del rendimiento de los estudiantes de la Región Lambayeque.

- La mayoría de estudiantes del área de la OCDE, demuestran resolver problemas sencillos, utilizando habilidades elementales, aplicando algoritmos sencillos en contextos familiares (OCDE, 2004/2005).
- Entre los estudiantes de la OCDE, el razonamiento visual y espacial fue alcanzado solamente por un 51%, aunque su desempeño en este razonamiento fue elemental (OCDE, 2004/2005).

<sup>6</sup> OCDE. Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.

<sup>7</sup> PISA. En inglés, Programme for International Student Assessment, en español Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes.

- De acuerdo a los resultados de la prueba PISA, en el 2001, el 79.6% de los estudiantes peruanos, de primaria y secundaria, no comprendían con eficacia lo que leían (Ministerio de Educación, 2006).
- En la evaluación del rendimiento de los escolares del Perú, realizada por la Unidad de Medición de la Calidad (UMC), el 41% apenas pudo resolver problemas matemáticos simples, utilizando las operaciones elementales (suma, resta, multiplicación y división) (Ministerio de Educación, 2006).
- Según el Ministerio de Educación del Perú y UMC (2005), un porcentaje considerable de las capacidades establecidas en el currículo no son desarrolladas en el aula, y las capacidades más desarrolladas son trabajadas de manera operativa.
- Existe una asociación entre los aprendizajes que muestran los estudiantes y las habilidades de sus profesores (Ministerio de Educación del Perú y UMC, 2005).

Asimismo, Beneitone et al. (2007) explicitan en una de sus conclusiones la preocupación por los resultados de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en todos los niveles educativos.

En el caso de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, tenemos la especialidad de Educación Primaria para la que requerimos contar con un estudio sistemático del rendimiento en matemática de los estudiantes que la conforman.

En este sentido, se plantea la necesidad de iniciar esta investigación en los estudiantes que se están formando para profesores de educación primaria, describiendo su razonamiento geométrico y percepción espacial, capacidades que la matemática contribuye a desarrollar, formulándonos así el siguiente problema de investigación: ¿Cuál es el nivel de desarrollo de razonamiento geométrico y de percepción espacial en los estudiantes del Programa de Educación Primaria de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, Chiclayo-Perú, 2008?

A partir de la importancia del aprendizaje de la matemáticas, de los procesos y habilidades que con la matemática se pueden desarrollar y, particularmente, de la Geometría como un área que contribuye al desarrollo del razonamiento, al aprecio por la belleza matemática y a la resolución de problemas reales, nos lleva a pensar en el rol del profesor, quien incide de un modo muy significativo para hacer realidad la calidad de la educación matemática; de ahí que, se debe prestar mucha atención a su formación matemática, inicial y continua. Por esta razón, una primera acción que nos propusimos, con la realización de esta investigación, fue conocer en qué medida los estudiantes que se forman para profesores de Educación Primaria están desarrollando su capacidad de razonamiento geométrico y de percepción espacial. Desde esta perspectiva, los objetivos propuestos para la investigación fueron los siguientes:

- Determinar el nivel de razonamiento geométrico, por ciclo de estudios y por sexo, en los estudiantes del Programa de Educación Primaria de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, Chiclayo-Perú.

- Determinar el nivel de percepción espacial, por ciclos de estudios y por sexo, en los estudiantes del Programa de Educación Primaria de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, Chiclayo-Perú.

Para la determinación de estos niveles se siguió el Modelo de Van Hiele, investigador que ha profundizado en el estudio de la enseñanza-aprendizaje, particularmente de la geometría, proponiendo unos niveles de pensamiento matemático y unas fases de aprendizaje.

## **Marco de referencia**

En lo que respecta a los niveles de razonamiento geométrico presentamos las características principales:

### **Nivel 1 (de reconocimiento)**

Según Jaime y Gutiérrez (1990), en este nivel los estudiantes:

- Perciben las figuras geométricas en su totalidad, de manera global.
- Perciben las figuras como objetos individuales, sin poder generalizar sus características.
- Se limitan a describir las características físicas de las figuras.
- No suelen reconocer explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.
- Pueden establecer diferencias de lo que tienen delante, en ese momento.

Los autores citados reconocen a este nivel como el más elemental del razonamiento. Por su parte, Corberán, Huerta, Margarit, Peñas y Ruiz (1989) afirman que las descripciones que se realizan en este nivel, reflejan experiencias puramente visuales y que un estudiante puede aprender vocabulario geométrico, identificar formas geométricas de entre un conjunto de ellas y puede también reproducir una figura dada.

### **Nivel 2 (de análisis)**

Según Jaime y Gutiérrez (1990), en este nivel, los estudiantes:

- Se dan cuenta de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y de que están dotadas de propiedades matemáticas.
- Pueden deducir otras propiedades, generalizándolas a partir de la experimentación.
- No son capaces de relacionar unas propiedades con otras, por lo que no pueden realizar clasificaciones lógicas de figuras en base a sus elementos o propiedades.

Jaime y Gutiérrez (1990) consideran que es el primer nivel que ofrece un razonamiento que podemos llamar “matemático”, en la que los estudiantes son capaces de descubrir y generalizar propiedades que todavía no conocía.

Corberán et al. (1989) afirman que las propiedades se analizan de un modo informal y que son percibidas mediante procesos de experimentación, se empiezan a establecer las propiedades esenciales de los conceptos; sin embargo, aún no se es capaz de establecer relaciones entre propiedades y figuras, ni de elaborar o entender definiciones.

### **Nivel 3 (de clasificación)**

De acuerdo a lo expresado por Jaime y Gutiérrez (1990), en este nivel los estudiantes:

- Empiezan la capacidad de razonamiento formal (matemático).
- Son capaces de reconocer la relación entre propiedades.
- Pueden realizar clasificaciones de las figuras en base a sus propiedades o relaciones ya conocidas.
- Siguen apoyando su razonamiento lógico en la manipulación.
- Pueden ya dar definiciones matemáticamente correctas por comprensión y no como una simple memorización.
- Comprenden los sucesivos pasos individuales de un razonamiento lógico formal, aunque todavía lo hacen de modo aislado.
- Pueden entender una demostración pero no son capaces de construirlas por sí mismos.

### **Nivel 4 (de deducción formal)**

Jaime y Gutiérrez (1990, p. 310) sostienen que en este nivel los estudiantes:

- Pueden entender y realizar razonamientos lógicos formales.
- Pueden comprender la estructura axiomática de las matemáticas.
- Aceptan la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas.

Corberán et al. (1989, p. 15) agregan además lo siguiente:

- Un alumno ya es capaz de construir demostraciones.
- Se entiende la interacción entre las condiciones necesaria y suficiente.

## Nivel 5 (Rigor)

Corberán et al. (1989), respecto a este nivel, afirman lo siguiente: “El alumno puede comparar sistemas basados en axiomáticas diferentes y puede estudiar distintas geometrías en ausencia de modelos concretos” (p.15). Según este autor, el nivel 5 es prácticamente inalcanzable por un estudiante de secundaria, de ahí que muchas investigaciones se centran en los tres primeros.

## Metodología

En cuanto a la población de estudio, la conformaron 110 estudiantes del Programa de Educación Primaria, matriculados en el ciclo académico 2008-II, de diferentes ciclos académicos, del I al X.

La muestra de estudio fue seleccionada por cada ciclo de estudios, eligiéndose a los estudiantes que se matricularon en las asignaturas de especialidad del ciclo, siendo en total 79, constituyendo el 71.81% de la población.

Conforme a los tipos de investigación formulados por Hernández, Fernández-Collado y Baptista (2006), y de acuerdo a los objetivos del estudio, consideramos que esta investigación es descriptiva. Los instrumentos de recolección de información fueron: Test de Usiskin (Afonso, 2003) y Actividades jerarquizadas de percepción espacial, propuestas por Alsina, Burgués y Fortuny (1998).

Se emplearon tablas con frecuencias absolutas y porcentajes, y medidas de tendencia central para analizar y discutir los resultados, algunos de los cuales presentamos a continuación.

## Resultados

### Resultados por nivel de razonamiento geométrico y por ciclos de estudios, según el Test de Usiskin

Tabla N° 1

Ubicación de estudiantes del Programa de Educación Primaria según nivel de razonamiento geométrico del Modelo de Van Hiele, evaluados con el Test de Usiskin

Nivel	Total	
	n	%
Ningún nivel	27	34.18
Nivel 1: Reconocimiento	42	53.16
Nivel 2: Análisis	7	8.86
Nivel 3: Clasificación	3	3.80
<b>Total</b>	79	100.00

El que un porcentaje considerable de estudiantes (34.18%) no haya alcanzado siquiera el nivel 1, tal vez pudiera revelar la mínima preferencia por esta área de estudios de la matemática como es la Geometría Plana, o también el poco tiempo dedicado a ella durante sus estudios de educación secundaria y en el nivel superior, indica que se requiere incidir más en el desarrollo de capacidades o habilidades de pensamiento geométrico, una alternativa es la que el mismo Van Hiele propone con sus fases de aprendizaje.

Buscamos una explicación del porqué este grupo de estudiantes no alcanzó al menos el nivel 1, y nos respondemos que puede deberse a la variedad de figuras presentadas lo que nos revela una fijación en la visualización de la figura (es decir, tienen la idea de la figura geométrica desde una posición dada, la que frecuentemente dibujamos, de tal modo que, al variarse genera la duda o la convicción de que ya no es la misma). Una siguiente explicación probable es el poco uso de figuras en la enseñanza-aprendizaje de los temas de Geometría. Una tercera explicación es el que no manejen con facilidad el lenguaje lógico, empleado en las alternativas, aunque son términos muy utilizados en el lenguaje habitual, tal es el caso de “solamente”, “únicamente”, “todos”, “sólo”, “ninguno”. Otra explicación, hipotética, puede ser el poco análisis sobre la pregunta y alternativas formuladas. Esto pues da pie para otras investigaciones futuras.

En el nivel 1, Reconocimiento (Visualización), se ubican un poco más de la mitad de estudiantes evaluados (53.16%), revelando su capacidad de percepción global de figuras geométricas planas, en particular de los paralelogramos, a los cuales se orientaron los ítems de este nivel.

En el nivel 2, Análisis, se ubican el 8.86% del total de estudiantes, por lo que se puede afirmar que reconocen las partes de las figuras y las propiedades que cumplen. La gran mayoría de estudiantes no identifica las propiedades de los paralelogramos, lo que expresa de algún modo que no tienen las ideas muy claras sobre estas figuras. En este nivel casi no se ha utilizado los términos “solamente”, “únicamente”, “todos”, “sólo”, “ninguno”, como en el caso de los ítems del nivel 1.

En el nivel 3 se ubica solamente el 3.80% del total de estudiantes evaluados, de lo cual podemos afirmar que estos estudiantes están en el inicio del razonamiento formal, son capaces de reconocer la relación entre propiedades, es decir, cómo una propiedad se deriva de otra u otras, también son capaces de entender una demostración. Sin embargo, estas capacidades no las han alcanzado la gran mayoría de los estudiantes.

Los resultados anteriores nos llevan a inferir de acuerdo a la propuesta de Van Hiele, que los estudiantes participantes en esta evaluación, tal vez no han tenido las experiencias intuitivas, manipulativas, experimentales, necesarias para alcanzar el nivel 1, y base para pasar a los demás. Asimismo, los estudiantes que se encuentran en los niveles 1, 2 y 3 no han tenido las experiencias necesarias y suficientes para pasar a los respectivos siguientes niveles. Esto lo deducimos de la característica de los niveles de Van Hiele, la jerarquización y secuencialidad. Asimismo, es importante tener en cuenta que el paso de un nivel a otro, es independiente de la edad y que una persona puede ubicarse en un nivel para ciertos temas, no necesariamente el mismo para todos. Definitivamente, la dirección del aprendizaje de los temas y habilidades evaluados es un factor fundamental que ha desencadenado estos resultados.

Tabla N° 2

Número de estudiantes del Programa de Educación Primaria, por ciclo de estudios y nivel de razonamiento geométrico del Modelo de Van Hiele

Nivel	I ciclo		II ciclo		III ciclo		IV ciclo		V ciclo		VI ciclo		VII ciclo		VIII ciclo		IX ciclo		X ciclo	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
Ningún nivel	4	5.06	5	6.33	4	5.06	3	3.80	2	2.53	4	5.06	0	0.00	3	3.80	1	1.27	1	1.27
Nivel 1: Reconocimiento	1	1.27	6	7.59	6	7.59	4	5.06	7	8.86	3	3.80	0	0.00	5	6.33	3	3.80	7	8.86
Nivel 2: Análisis	0	0.00	1	1.27	1	1.27	2	2.53	0	0.00	0	0.00	1	1.27	1	1.27	0	0.00	1	1.27
Nivel 3: Clasificación	0	0.00	2	2.53	0	0.00	0	0.00	0	0.00	0	0.00	0	0.00	0	0.00	0	0.00	1	1.27

Fuente: Test de Usiskin aplicado a estudiantes del Programa de Educación Primaria, noviembre del 2008.

Se observa que, los estudiantes que no llegaron alcanzar el primer nivel, de Reconocimiento (Visualización), lo constituyen alumnos de diferentes ciclos, del primero hasta el décimo ciclo, inclusive, casi el doble de I al V ciclo que del VI al X ciclo.

Los estudiantes que se ubican en el nivel 1, Reconocimiento, son también de diferentes ciclos de estudios, notándose más en el II, III, V, VIII y X ciclos.

En cuanto al nivel 2, Análisis, los estudiantes que se ubican en este nivel son del II, III, IV, VII, VIII y X ciclos, el porcentaje es el mismo en todos ellos, excepto en IV ciclo que es el doble.

En el nivel 3, Clasificación (Abstracción), están ubicados estudiantes del II y X ciclos, siendo en el segundo ciclo uno más que en el décimo.

**Resultados por ciclo de estudios y nivel de percepción espacial de acuerdo a las actividades propuestas por Alsina, Burgués y Fortuny (1998)**

Tabla N° 3

Nivel de percepción espacial en los estudiantes del Programa de Educación Primaria

Nivel de percepción espacial	n	%
Reconocimiento (Visualización)	70	88.61
Análisis	9	11.39
<b>Total</b>	<b>79</b>	<b>100.00</b>

Según podemos observar, los estudiantes, en su gran mayoría (88.61%) se ubican en el nivel de Visualización (Nivel 1), siendo un 11.39% los que se ubican en el nivel de Análisis (Nivel 2).

La experiencia con material concreto (observación y manipulación) ha permitido que la mayoría de estudiantes logren ubicarse en el nivel 1, reconociendo así, de manera global, cada uno de los sólidos geométricos presentados; sin embargo, en el nivel 2, en que ya no tenían presente el material concreto, sino solamente su representación gráfica, se ubican el 11.39%. De acuerdo a los criterios asumidos y que se describen en la metodología, ninguno de los estudiantes logran ubicarse en los demás niveles de pensamiento geométrico.

Mientras que con el Test de Usiskin, el 34.18% de estudiantes no llega siquiera al nivel 1 y el 53.16% se ubica en el nivel 1, con las actividades propuestas por Alsina, Burgués y Fortuny, el 88.61% se ubica en el nivel 1, no hay ningún estudiante que esté por debajo de este nivel. Pensamos que el material concreto utilizado para las actividades de percepción espacial ha tenido mucho que ver en que el 34.18% que no llegaba al nivel 1 con el Test de Usiskin, se ubique en este nivel en cuanto a la percepción espacial.

En cuanto al nivel 2, mientras que con el Test de Usiskin lo alcanzan el 8.86%; en las actividades de percepción espacial, lo alcanzan el 11.39%. Tal vez, si los estudiantes hubiesen tenido los materiales concretos para el desarrollo de los ítemes correspondiente al nivel 2 en la percepción espacial, el porcentaje hubiese sido mayor, sobretodo porque los sólidos geométricos presentados fueron en su mayoría nuevos para ellos.

En el nivel 3, con el Test de Usiskin, se ubicó el 3.80% de estudiantes, mientras que en con las actividades de percepción espacial, no hay ningún estudiante en este nivel.

En los demás niveles, tanto con el Test de Usiskin como con las actividades de percepción espacial, no hay estudiantes que los hayan alcanzado.

Los resultados revelan el poco desarrollo de las capacidades para definir, clasificar, establecer semejanzas, diferencias y relaciones, así como de razonamiento formal, de razonamiento deductivo, pues es mínimo el porcentaje que llega al nivel 3 y ninguno a los siguientes niveles de pensamiento geométrico.

Asimismo, a partir de los resultados podemos concluir la importancia de la experiencia intuitiva, cuando no se ha tenido, para iniciar y continuar con el pensamiento geométrico. También la necesidad de formular propuestas para el desarrollo de las capacidades de definir, clasificar, relacionar, justificar y demostrar, es decir, de propuestas para desarrollar los niveles 3 y 4 de pensamiento geométrico de Van Hiele. Una de las propuestas está también en el Modelo de Van Hiele, las fases de aprendizaje.

Tabla N° 4

Nivel de percepción espacial en los estudiantes del Programa de Educación Primaria, por ciclo de estudios

Nivel	I ciclo		II ciclo		III ciclo		IV ciclo		V ciclo		VI ciclo		VII ciclo		VIII ciclo		IX ciclo		X ciclo	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
Nivel 1: Reconocimiento (Visualización)	4	5.06	13	16.46	11	13.92	6	7.59	8	10.13	7	8.86	1	1.27	9	11.39	3	3.80	8	10.13
Nivel 2: Análisis	1	1.27	1	1.27	0	0.00	3	3.80	1	1.27	0	0.00	0	0.00	0	0.00	1	1.27	2	2.53

Fuente: Actividades de percepción espacial aplicadas a estudiantes del Programa de Educación Primaria, noviembre del 2008.

El 53.16% de los estudiantes que se ubican en el nivel 1, de visualización, son del I al V ciclo de estudios, y, el 35.44% son del VI al X ciclo.

En el nivel 2, de Análisis, 7.59% de los estudiantes son del I al V ciclo y 3.80% son del VI al X ciclo.

**Razonamiento Geométrico y Percepción Espacial, según medidas de tendencia central**

Tabla N° 5

Media, moda y mediana de los Niveles de Razonamiento Geométrico y de Percepción Espacial

Niveles Parámetros	Nivel de Razonamiento Geométrico	Nivel de Percepción Espacial
Media	0.82	1.13
Moda	1	1
Mediana	1	1

Fuente: Test de Usiskin y Actividades de Percepción Espacial aplicados a estudiantes del Programa de Educación Primaria, noviembre del 2008.

La gráfica muestra los resultados globales obtenidos por los estudiantes tanto en el Razonamiento Geométrico y Percepción Espacial, de acuerdo a los niveles propuestos por Van Hiele, expresados en la media, moda y mediana. Se observa que en la moda y mediana no existen diferencias en cuanto al nivel alcanzado, tanto en el razonamiento geométrico y percepción espacial, los estudiantes se ubican en el nivel 1, Reconocimiento (Visualización); sin embargo, en la media estadística se observa una diferencia de 0.31 puntos, a favor de la Percepción Espacial, lo que significa que, en el Razonamiento Geométrico no se llega al

nivel 1, mientras que en la Percepción Espacial se supera este nivel, aproximándose al nivel 2 de Análisis.

### Razonamiento Geométrico y Percepción Espacial, según sexo

Tabla N° 6

Media, moda y mediana de los Niveles de Razonamiento Geométrico y de Percepción Espacial

Niveles Sexo	Nivel de Razonamiento Geométrico	Nivel de Percepción Espacial
Mujeres	0.77	1.11
Varones	1.22	1.22

**Fuente:** Test de Usiskin y Actividades de Percepción Espacial aplicados a estudiantes del Programa de Educación Primaria, noviembre del 2008.

La gráfica muestra los resultados globales obtenidos en términos de media estadística, observándose una diferencia entre los niveles alcanzados por mujeres y varones tanto para el Razonamiento Geométrico como para la Percepción Espacial.

En cuanto al Razonamiento Geométrico, los varones tienen una ventaja de 0.45 puntos, orientándose más al Análisis, en cambio las mujeres no alcanzan el nivel 1, de Reconocimiento (Visualización).

En la Percepción Espacial se nota también una ventaja de los varones respecto a las mujeres, aunque menos que en el Razonamiento Geométrico, de 0.11 puntos; ambos sexos alcanzan el nivel 1 de Reconocimiento (Visualización), orientándose al nivel de Análisis.

## Conclusiones

### De los resultados obtenidos con el Test de Usiskin para medir el nivel de Razonamiento Geométrico:

- Entre 13.92% a 68.35% de estudiantes no reconocen al menos una de las figuras geométricas elementales como el cuadrado, rectángulo, triángulo y romboide, lo que se evidencia cuando deben seleccionar estas figuras de entre varias figuras dadas.
- Es difícil para la mayoría de estudiantes, del 77.22% a 98.73% en cada figura, identificar los elementos y las propiedades de las figuras geométricas planas: cuadrado, rectángulo, rombo, triángulo isósceles y círculo.

- Existe dificultad en el manejo de un lenguaje lógico básico y de la relación entre clases, específicamente de los paralelogramos, lo que se manifiesta del 91.14% al 97.47% de los estudiantes, según el ítem.
- Las respuestas correctas a cada ítem del nivel de Deducción Formal es muy bajo, excepto en el ítem 19, al que respondieron 16.46% de los estudiantes.
- Al menos un ítem del Nivel de Rigor ha sido respondido correctamente por un mínimo porcentaje de estudiantes (variando de 3.80 a 7.59%, según ítem).
- El 34.18% de estudiantes no se ubican en los niveles propuestos por Van Hiele, encontrándose por debajo del Nivel 1, esto confirma lo hallado en algunas otras investigaciones como la de Clements y Battista (1992 citado en Afonso, 2003, p. 15), la existencia de un nivel 0 (Pre reconocimiento).
- Un poco más del 50% de estudiantes se ubican en el Nivel 1 de Visualización, en el nivel 2 (Análisis) se ubican solamente el 8.86% y en el nivel 3 (Clasificación) se ubican apenas 3.80%. Ninguno de los estudiantes alcanzó los niveles 4 y 5, de Deducción Formal (deducción) y de Rigor, respectivamente.
- Los estudiantes que se ubican en el nivel 1 de Reconocimiento (Visualización), revelan su capacidad de percepción global de figuras geométricas planas, en particular de los paralelogramos, a los cuales se orientaron los ítems de este nivel.
- Los estudiantes que se ubican en el nivel 2, de Análisis, reconocen las partes de las figuras y las propiedades que cumplen.
- Los estudiantes que se ubican en el nivel 3, están en el inicio del razonamiento formal, son capaces de reconocer la relación entre propiedades, es decir, cómo una propiedad se deriva de otra u otras, también son capaces de entender una demostración.
- Los niveles 1 y 2 son alcanzados indistintamente por estudiantes de los diferentes ciclos académicos, en el caso del nivel 3 fue alcanzado por estudiantes del II y X ciclos.

**De los resultados obtenidos con las Actividades para la Percepción Espacial propuesto por Alsina, Burgués y Fortuny:**

- La actividad de reconocimiento, correspondiente al proceso de visualización, que consistió en identificar cuatro sólidos geométricos tan sólo con la manipulación de los mismos, luego de haber tenido la experiencia de observarlos y tocarlos, fue motivadora para los estudiantes del Programa de Educación Primaria, siendo el 82.28% quienes lograron identificar correctamente todos los sólidos geométricos, mientras que el 17.72% identificaron correctamente tres de los cuatro sólidos.

- En la segunda actividad, de representación (del nivel Análisis), que consistió en identificar, dada una representación gráfica, las figuras que correspondan a las vistas desde diferentes posiciones del único sólido cóncavo de la colección presentada (sólido A), el 46.84% de los estudiantes fueron los que lograron identificar correctamente las diferentes vistas del sólido geométrico.
- La actividad de análisis de propiedades (nivel de Análisis), consistió en asociar a cada sólido de la colección dada, la propiedad o propiedades que le correspondan, notándose, en casi la totalidad de los estudiantes, la dificultad para asociar a los sólidos las propiedades de paralelismo de las caras, la convergencia de tres caras en un vértice y el número de planos de simetría; situación que no sucedió con la propiedad de ser pirámide, en que casi el 50% la identifica en los sólidos dados.
- Para evaluar el nivel de Deducción Informal, se propusieron dos actividades, una de estudio de relaciones y la otra, de determinación de un sólido a partir de condiciones dadas. En cuanto a la primera de estas actividades, el 70% a 80% de los estudiantes establecen de un modo mínimo las diferencias y semejanzas del cubo con otros sólidos de la colección dada, y en cuanto a la segunda actividad, alrededor del 20% se aproximan bastante a la determinación del sólido desconocido. Esto último revela que este 20% de estudiantes, a pesar de la dificultad mostrada para expresar las semejanzas y diferencias del cubo con otros sólidos, sin embargo, logran imaginar un sólido solamente con condiciones dadas.
- Las actividades propuestas para la Deducción Formal fueron de implicación y de deducción. En ambos casos, más del 50% de los estudiantes logran determinar correctamente el valor de verdad de las proposiciones dadas.
- Los niveles alcanzados para las actividades de percepción espacial fueron los dos primeros, visualización y análisis. En el primero se ubican 88.61% de estudiantes y en el segundo nivel se ubican 11.39%.

#### **Del Test de Usiskin y de las Actividades para la Percepción Espacial:**

- Existe una diferencia de 0.31 puntos entre los niveles de razonamiento geométrico y percepción espacial, obtenido por los estudiantes del Programa de Educación Primaria, lo que es resultado de que en el razonamiento geométrico la media no llega al nivel 1 de reconocimiento (visualización), mientras que en la percepción espacial se supera este nivel orientándose al nivel 2 de Análisis, aunque no llegando exactamente a éste.
- Existe una diferencia en los niveles alcanzados por varones y mujeres, tanto en el razonamiento geométrico como en la percepción espacial, de 0.45 y 0.11, puntos en la medias, respectivamente.

## Referencias bibliográficas

- Afonso, M. (2003). *Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio*. Tesis para optar el grado de Doctora en Ciencias Matemáticas, Departamento de Análisis Matemático, Universidad de La Laguna, La Laguna, España. Extraída el 19 Abril, 2008, de <ftp://tesis.bbt.ull.es/ccppytec/cp157.pdf>
- Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. M. (1998). *Materiales para construir la Geometría*. Madrid: Síntesis.
- Beneitone, B., Esquetine, C., González, J., Marty, M., Siufi, G. & Wagenaar, R. (Eds.). (2007). *Reflexiones y perspectiva de la Educación Superior en América Latina*. Informe Final - Proyecto Tuning – América Latina 2004-2007. Bilbao: Universidad de Deusto. Extraído el 8 Diciembre, 2008, de [http://tuning.unideusto.org/tuningal/index.php?option=com\\_docman&Itemid=191&task=view\\_category&catid=22&order=dmdate\\_published&ascdesc=DESC](http://tuning.unideusto.org/tuningal/index.php?option=com_docman&Itemid=191&task=view_category&catid=22&order=dmdate_published&ascdesc=DESC)
- Corberán, R., Huerta, P., Margarit, J., Peñas, A. & Ruiz, E. (1989). *Didáctica de la geometría: modelo de Van Hiele*. España: Universitat de València. Extraído el 20 Enero, 2009, de <http://books.google.com.pe/books?id=wD7oIPysOsQC&printsec=frontcover&dq=van+hiele&lr=#PPA10,M1>
- Elaboración de referencias y citas según las normas de la American Psychological Association (APA), 5ª Edición. (s.f.). Extraído el 8 Diciembre, 2008, de [http://www.geocities.com/psicoresumenes/normas\\_ap.htm](http://www.geocities.com/psicoresumenes/normas_ap.htm)
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. Cuarta edición. México: McGraw-Hill.
- Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. En S. Linares & M. V. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: Alfar. Extraído el 22 Enero, 2008 de <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/marcotex.html>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2004/2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. (Trad. por M. Rodríguez, V. Gordo y J. García). España: Santillana Educación. Extraído el 14 Diciembre, 2008, de <http://www.oecd.org/dataoecd/59/1/39732493.pdf>
- Perú, Ministerio de Educación (2006). *Guía para el Desarrollo del Pensamiento a través de la Matemática*. Lima: Autor.
- Perú, Ministerio de Educación & Unidad de Medición de la Calidad. (2005). *IV evaluación nacional del rendimiento estudiantil -2004. Resultados* [presentación en pdf]. Extraído el 26, Diciembre, 2008, de [http://www.oei.es/quipu/peru/eval\\_rendimientos2004.pdf](http://www.oei.es/quipu/peru/eval_rendimientos2004.pdf)